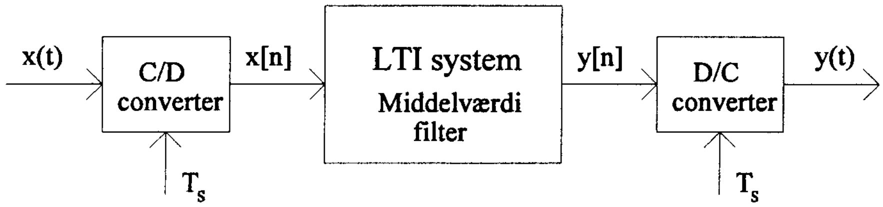
OPGAVE 4.

Figuren viser et signalbehandlingssystem bestående af en ideel C/D konverter, et LTI system og en ideel D/C konverter.
LTI systemet er et L-punkts løbende middelværdi filter.



Inputsignalet til C/D konverteren er:

$$x(t) = 5 + 2\cos(\omega_0 t) + 0.5\sin(3\omega_0 t) \qquad -\infty < t < \infty$$

a) Angiv den betingelse for samplingfrekvensen $f_s = \frac{1}{T_s}$, udtrykt ved ω_0, der sikrer at inputsignalet samples uden aliaseringsfejl.

I det følgende er samplingfrekvensen $f_s = 18$ kHz.

b) For $L = 6$, bestem LTI systemets frekvensresponse $H(e^{j\hat{\omega}})$ og skitser amplitudekarakteristikken $|H(e^{j\hat{\omega}})|$.

c) Bestem outputsignalet $y(t)$, hvis $L = 6$ og $\omega_0 = 4000\pi$.

d) Bestem en ny værdi for L der medfører, at outputsignalet bliver en konstant når ω_0 er som ovenfor. Fremgangsmåden skal forklares.

Løsningsforslag, Opgave 4, SIG1, dec 99, JVL

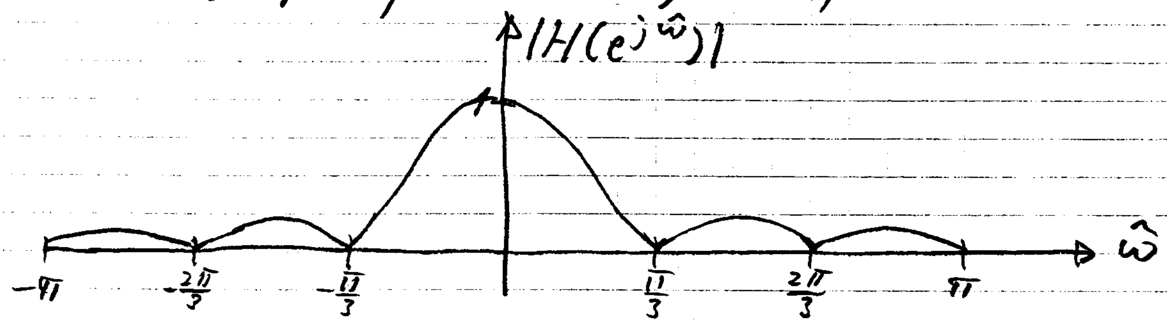
a] Ifølge Shannons sampleteori fås:

$$f_s > 2 f_{max} = 2\,\frac{3\omega_0}{2\pi} = \underline{\underline{\frac{3}{\pi}\omega_0}}$$

b] For løbende middelværdifilter fås for $L=6$

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = \frac{\sin\frac{\hat{\omega}L}{2}}{L\cdot\sin\frac{\hat{\omega}}{2}}e^{-j\hat{\omega}\frac{L-1}{2}} = \underline{\underline{\frac{\sin 3\hat{\omega}}{6\cdot\sin\frac{\hat{\omega}}{2}}e^{-j\frac{5}{2}\hat{\omega}}}} \qquad (6.74)$$

Ved hjælp af lommeregner fås:



c] For $\omega_0 = 4000\pi$ og $f_s = 18000$ fås for $x[n]$:

$$x[n] = 5 + 2\cos\left(4000\pi\cdot\frac{n}{18000}\right) + 0{,}5\sin\left[3\cdot 4000\pi\cdot\frac{n}{18000}\right]$$
$$= 5 + 2\cos\left(\tfrac{2}{9}\pi n\right) + 0{,}5\sin\left(\tfrac{2}{3}\pi n\right)$$

$\underline{\hat{\omega}=0}$: $H(e^{j0}) = 1$

$\underline{\hat{\omega}=\frac{2}{9}\pi}$: $H(e^{j\frac{2}{9}\pi}) = \dfrac{\sin\left(3\frac{2}{9}\pi\right)}{6\sin\left(\frac{2}{2\cdot 9}\pi\right)}e^{-j\frac{5}{2}\cdot\frac{2}{9}\pi} = 0{,}422\,e^{-j\frac{5}{9}\pi}$

$\underline{\hat{\omega}=\frac{2}{3}\pi}$: $H(e^{j\frac{2}{3}\pi}) = 0$

dvs:

$$y[n] = 5 + 2\cdot 0{,}422\cos\left(\tfrac{2}{9}\pi n - \tfrac{5}{9}\pi\right)$$

$$y(t) = \underline{\underline{5 + 0{,}844\cos\left(4000\pi t - \tfrac{5}{9}\pi\right)}} \quad (\text{efter } D/C)$$

d] Der skal vælges en værdi af L, så både $\hat{\omega} = \frac{2}{9}\pi$ og $\hat{\omega} = \frac{2}{3}\pi$ falder i et "nulpunkt". Vælges i udtrykket for $H(e^{j\hat{\omega}})$ leddet:

$\sin\frac{\hat{\omega}L}{2} = 0$ for $\hat{\omega} = \frac{2}{9}\pi$ fås $\underline{\underline{L=9}}$ som opfylder kravet.