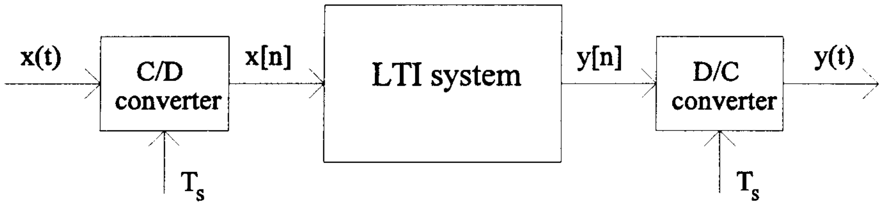
OPGAVE 3.

Figuren viser et signalbehandlingssystem bestående af en ideel C/D konverter, et LTI system og en ideel D/C konverter.



Inputsignalet til C/D konverteren er:

$$x(t) = 10 + 5\cos(15000\pi t - \pi/3) + \cos(20000\pi t - \pi/2) \qquad -\infty < t < \infty$$

a) Angiv den betingelse for samplingfrekvensen $f_s = \frac{1}{T_s}$, der sikrer at inputsignalet samples uden aliaseringsfejl.

LTI systemet har følgende differensligning:

$$y[n] = x[n] + x[n-1] - x[n-3] - x[n-4]$$

b) Bestem LTI systemets frekvensresponse $H(e^{j\hat{\omega}})$ og skitser amplitudekarakteristikken $|H(e^{j\hat{\omega}})|$. Udtrykket skal reduceres til en overskuelig form.

c) Bestem outputsignalet y(t), hvis samplingfrekvensen $f_s = 30$ kHz.

d) Bestem en ny værdi for samplingfrekvensen f_s der medfører, at outputsignalet kun indeholder den højeste af frekvenserne fra inputsignalet. Fremgangsmåden skal forklares.

Løsningsforslag, SIG 1 ops 3 (maj 2000) 1/2

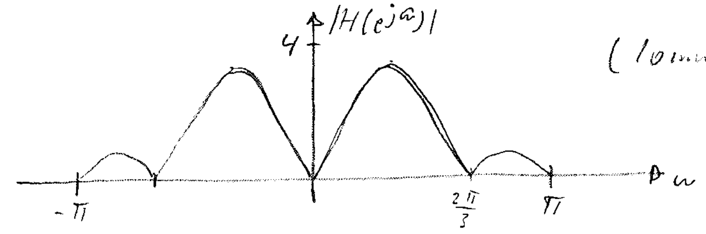
a) Fra signalet fås: $\omega_{max} = 20000\pi \Leftrightarrow f_{max} = 10\,kHz$

Shannon: $f_s > 2 f_{max} = \underline{\underline{20\,kHz}}$

b) $y[n] = x[n] + x[n-1] - x[n-3] - x[n-4]$

$$H(e^{j\hat\omega}) = 1 + e^{-j\hat\omega} - e^{-j3\hat\omega} - e^{-j4\hat\omega}$$
$$= e^{-j2\hat\omega}\left(e^{j2\hat\omega} + e^{j\hat\omega} - e^{-j\hat\omega} - e^{-j2\hat\omega}\right)$$
$$= \underline{\underline{j2e^{-j2\hat\omega}(\sin 2\hat\omega + \sin\hat\omega)}}$$

$$|H(e^{j\hat\omega})| = 2|\sin 2\hat\omega + \sin\hat\omega|$$



(lommeregner)

c) For $f_s = 30\,kHz$ fås:

$$x[n] = 10 + 5\cos\left(\frac{15000\pi}{30000} n - \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{20000\pi}{30000} n - \frac{\pi}{2}\right)$$
$$= 10 + 5\cos\left(\frac{\pi}{2} n - \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{3} n - \frac{\pi}{2}\right)$$

$H(e^{j0}) = 0$

$H(e^{j\frac{\pi}{2}}) = j2e^{-j2\frac{\pi}{2}}\left(\sin(2\frac{\pi}{2}) + \sin\frac{\pi}{2}\right) = 2\angle -\frac{\pi}{2}$

$H(e^{j\frac{2}{3}\pi}) = 0$

dvs:

$$y[n] = 10\cdot 0 + 5\cdot 2\cos\left(\frac{\pi}{2} n - \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) + 0$$
$$= 10\cos\left(\frac{\pi}{2} n - \frac{5\pi}{6}\right)$$

dermed fås:

$$y(t) = \underline{\underline{10\cos\left(15000\pi t - \frac{5\pi}{6}\right)}}$$

Løsningsforslag, SIG 1 ops 3 (maj 2000) 2/2

d) Hvis signalet kun skal indeholde den højeste frekvens, skal den lave normeres til $\hat\omega_{lav} = \frac{2\pi}{3}$

dvs:

$$\hat\omega_{lav} = \frac{\omega_{lav}}{f_s} = \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow f_s = \frac{3}{2\pi}\cdot 15000\pi = \underline{\underline{22{,}5\,kHz}}$$

28/4-00 JJL