Opg 5.7

Linearitet: $\alpha x_1[n] + \beta x_2[n] \Rightarrow \alpha y_1[n] + \beta y_2[n]$

Tidsinvarians: $x[n-n_0] \Rightarrow y[n-n_0]$ alle n.

Kausal: $x[n] \neq 0$ starter ved n_0 $\Rightarrow$ $y[n] \neq 0$ starter ved N_0 og $N_0 \geq n_0$

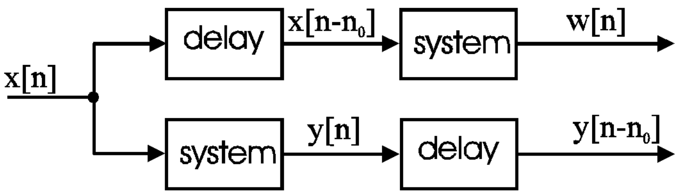
a) $y[n] = x[n]\cos(0.2\pi n)$ Det ses direkte af udtrykket, at systemet er kausalt.

$$x_1[n] \Rightarrow y_1[n] = x_1[n]\cos(0.2\pi n)$$
$$x_2[n] \Rightarrow y_2[n] = x_2[n]\cos(0.2\pi n)$$

$$x[n] = \alpha x_1[n] + \beta x_2[n] \Rightarrow$$

$$y[n] = (\alpha x_1[n] + \beta x_2[n])\cos(0.2\pi n) = \alpha x_1[n]\cos(0.2\pi n) + \beta x_2[n]\cos(0.2\pi n)$$
$$= \alpha y_1[n] + \beta y_2[n]$$

Systemet er altså lineært.



$$x[n] \Rightarrow y[n] = x[n]\cos(0.2\pi n)$$

Øverste vej: $w[n] = x[n-n_0]\cos(0.2\pi n)$

Nederste vej: $y[n-n_0] = x[n-n_0]\cos(0.2\pi(n-n_0))$

De to veje er forskellige, da de to cos ikke er ens. Derfor er systemet ikke tidsinvariant.

F.eks. $x[n] = \delta[n] \Rightarrow y[n] = \delta[n]\cos(0.2\pi n) = \delta[n]$

og $x[n-1] = \delta[n-1] \Rightarrow y[n-1] = \delta[n-1]\cos(0.2\pi(n-1)) = \delta[n-1]$

men $w[n] = \delta[n-1]\cos(0.2\pi n) = \cos(0.2\pi)\delta[n-1]$,

der er forskellig fra $y[n-1]$.

b) $y[n] = x[n] - x[n-1]$ Det ses direkte af udtrykket, at systemet er <u>kausalt</u>.

$$x_1[n] \quad \Rightarrow \quad y_1[n] = x_1[n] - x_1[n-1]$$
$$x_2[n] \quad \Rightarrow \quad y_2[n] = x_2[n] - x_2[n-1]$$

$$x[n] = \alpha x_1[n] + \beta x_2[n] \qquad \Rightarrow$$

$$y[n] = x[n] - x[n-1] = (\alpha x_1[n] + \beta x_2[n]) - (\alpha x_1[n-1] + \beta x_2[n-1])$$
$$= \alpha x_1[n] - \alpha x_1[n-1] + \beta x_2[n] - \beta x_2[n-1] = \alpha y_1[n] + \beta y_2[n]$$

Systemet er altså <u>lineært</u>.

$$y[n] = x[n] - x[n-1]$$

Øverste vej: $w[n] = x[n-n_0] - x[(n-n_0)-1]$

Nederste vej: $y[n-n_0] = x[n-n_0] - x[(n-1)-n_0]$

Da de to veje er ens, er systemet <u>tidsinvariant</u>.

c) $y[n] = |x[n]|$ Det ses direkte af udtrykket, at systemet er <u>kausalt</u>.

$$x_1[n] \quad \Rightarrow \quad y_1[n] = |x_1[n]|$$
$$x_2[n] \quad \Rightarrow \quad y_2[n] = |x_2[n]|$$

$$x[n] = \alpha x_1[n] + \beta x_2[n] \qquad \Rightarrow$$

$$y[n] = |x[n]| = |\alpha x_1[n] + \beta x_2[n]| \neq \alpha |x_1[n]| + \beta |x_2[n]| = \alpha y_1[n] + \beta y_2[n]$$

Systemet er altså <u>ikke</u> <u>lineært</u>.

$$y[n] = |x[n]|$$

Øverste vej: $w[n] = |x[n-n_0]|$

Nederste vej: $y[n-n_0] = |x[n-n_0]|$

Da de to veje er ens, er systemet <u>tidsinvariant</u>.

d) $y[n] = Ax[n] + B$ Det ses direkte af udtrykket, at systemet er <u>kausalt</u>.

$$x_1[n] \quad \Rightarrow \quad y_1[n] = Ax_1[n] + B$$
$$x_2[n] \quad \Rightarrow \quad y_2[n] = Ax_2[n] + B$$

$$x[n] = \alpha x_1[n] + \beta x_2[n] \qquad \Rightarrow$$

$$y[n] = Ax[n] + B = A[\alpha x_1[n] + \beta x_2[n]] + B = \alpha Ax_1[n] + B + \beta Ax_2[n]$$
$$\neq \alpha y_1[n] + \beta y_2[n]$$

Systemet er altså <u>ikke</u> <u>lineært</u>. (Medmindre at B=0).

$$y[n] = Ax[n] + B$$

Øverste vej: $w[n] = Ax[n - n_0] + B$
Nederste vej: $y[n - n_0] = Ax[n - n_0] + B$

Da de to veje er ens, er systemet <u>tidsinvariant</u>.